５－１．数学

５－１－１．まえがき

本報告は，技術者教育に共通する数学分野に焦点を当て，学士課程教育において身に付けるべき知識やその理解，およびこれらを具体的事例に適用する能力（ここでは，運用力と呼ぶことにする）について，範囲とレベルを項目や到達目標の形で，学修に当たっての配慮事項とともに提示する．

技術者教育における数学分野で最も共通性の高い，微分積分，線形代数，常微分方程式，確率・統計，の４分野（共通基礎４分野）については，コア（必ず履修すべき項目で，必須事項）と要望（できれば履修させたい項目）に分けて，到達目標及び学修に当たっての配慮事項とともに提示する．一方，ベクトル解析，複素解析，偏微分方程式，フーリエ解析，確率過程／待ち行列理論，離散数学，最適化手法，数値計算，なる８分野（専門指向型８分野）については，技術者教育の専門分野毎に必要性や履修すべき項目が異なってくる傾向が強い．そのため，これらについては，コア，要望の区別をすることなく，項目，到達目標および学修に当たっての配慮事項を提示することを基本方針とする．なお，複素解析と離散数学については一部要望項目を表記する．また，項目は場合によっては，大項目とそれを構成するいくつかの小項目に分割した形で記載する．

技術者教育における学士課程での数学教育に求められる教育内容（数学の分野や項目）について，これらの関連性（教育順序）をある程度は考慮して列挙している．ただし，各大学の諸事情に応じて順序を変更することは当然あり得る．また，ここに提示する数学の分野は授業科目を意味するものではない．授業科目への割り当て（具体的なカリキュラムやシラバス作成作業）に際しては，必要に応じて分割，統合して割り当てることも可能である．何年次にどのような数学分野のどこまでの範囲を割り当てるか，なども各大学の教育方針やスタッフなどの諸事情に応じて決まるものである．図５－１と図５－２には，共通基礎４分野および専門指向型８分野の大まかな順序関係や関連性を示している．

当プロジェクトは，ここに記載する数学分野と項目および到達目標を，いわば技術者教育の数学に関するコアカリキュラムとして定着させることを目指している，と言っても過言ではない．JABEE などを「教育プログラムの認定」とすれば，本報告の内容は「具体的な教育コンテンツ認証の基礎」という意味合いを有する．

本報告の数学分野と項目，到達目標などを共通ターゲットとした厳格な評価手法が確立されれば，日本の技術者教育における数学に関する質保証を強力に後押しすることができるものと考えられる．

なお，共通基礎４分野については，本報告書記載のコアの項目および当該の到達目標をほぼそのまま試験の範囲とその到達目標として，EMaT（工学系数学統一試験）が，広島大学と山口大学を運営母体として毎年 12 月に全国規模で実施されている．2003 年（平成 15 年）の開始以来 2012 年で 10 回目となり，既に約 10 年間工学系数学教育における質保証を具体的に推進してきている．

本報告の第１の目的は，技術者教育における数学教育への貢献である．しかしながら，実は，目的はもう一つある．技術者教育の数学分野とは異なる分野（仮にここでは，非数学的分野と呼ぶことにする）の教育に携わっている教員の方々が，技術者教育としての数学にさらなる関心を持つことを後押しすることである．あくまで一般的傾向であるが，当該分野での数学の重要性は認識しながらも，具体的にどのような数学分野や項目をいかなるレベルまで履修することが必要か，についての関心が

それほど高いとは考え難い．非数学的分野に関わる教員は技術者教育に関わる教員の 90%以上と判断できる．本報告は，その教員の方々が当該分野の教育の一環として，数学教育のあり方を考える場合のたたき台となることも意図している．

その際には，技術者教育における数学共通基礎４分野の重要性に留意されたい．一つの専門分野を履修した学生が卒業後も同じ専門分野に関わるとは限らない．当人の意志で専門分野が変わる場合もあれば，そうでない場合，たとえば就職した企業自体が方向を転換すること，もある．専門分野に必要な数学の教育内容は，共通基礎４分野全部，および専門指向型８分野から適宜選択した数学分野や項目により構成されるが，後者は専門分野への依存性が強く，専門分野が変わればそれに応じて分野に必要な専門と数学に関する教育内容は変化する．したがって，普遍性の高い教育内容は共通基礎４分野の数学であり，専門分野変更に対する技術者の対応力，柔軟性の源となる．これらはこれからの人材が具備しておくべき能力であり，技術者教育における共通基礎４分野の数学の重要性を主張する根拠である．

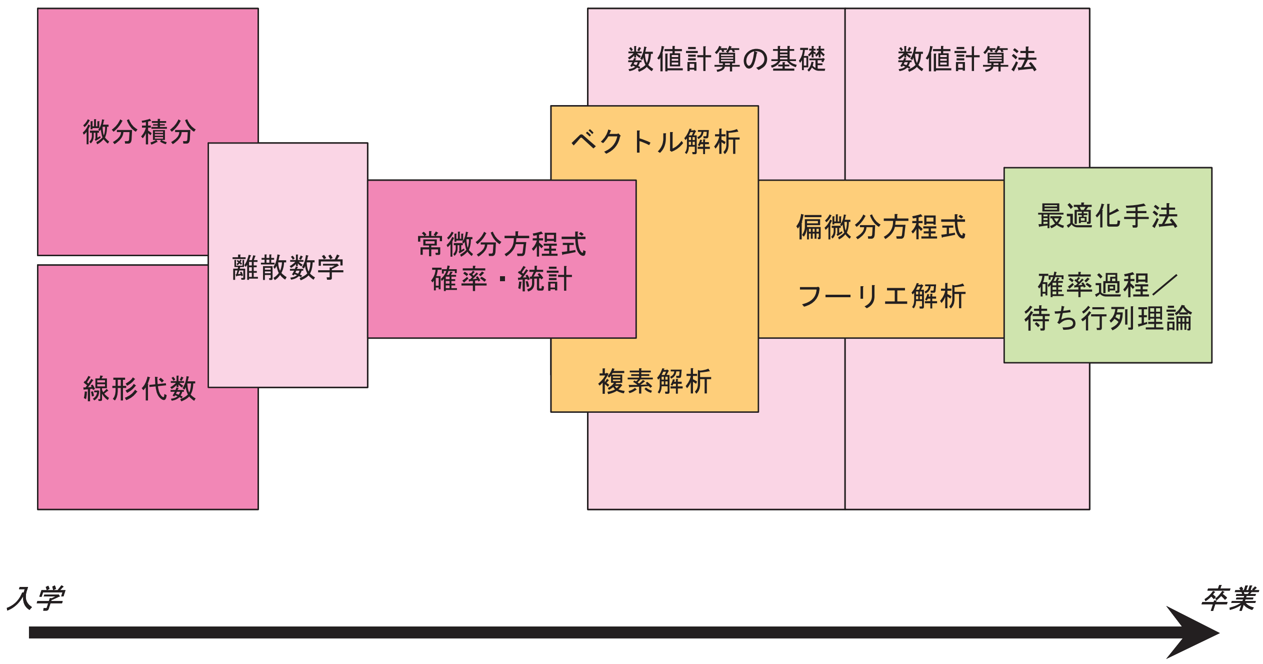

図５－１　共通基礎４分野および専門指向型８分野の大まかな順序関係

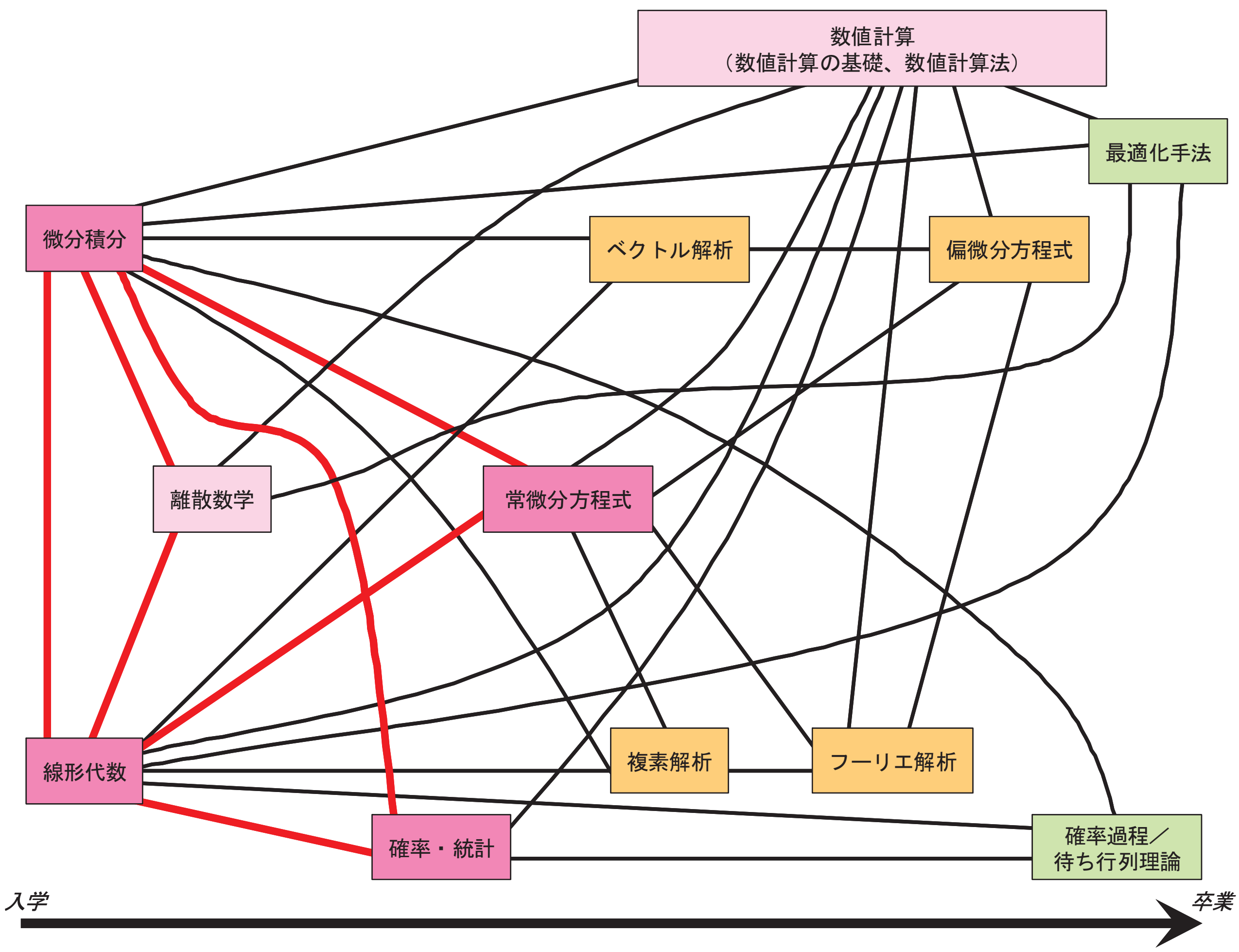

図５－２　共通基礎４分野および専門指向型８分野の大まかな関連性

５－１－２．数学の到達目標及び学修に当たっての配慮事項

技術者教育における数学の到達目標と学修に当たっての配慮事項は，次の１２分野について示す．

Ⅰ．共通基礎４分野について

１．「微分積分」
２．「線形代数」
３．「常微分方程式」
４．「確率・統計」

Ⅱ．専門指向型８分野について

５．「ベクトル解析」
６．「複素解析」
７．「偏微分方程式」
８．「フーリエ解析」
９．「確率過程／待ち行列理論」
１０．「離散数学」
１１．「最適化手法」
１２．「数値計算」

Ⅰ．技術者教育における基礎数学　－共通基礎４分野－

１．「微分積分」

（１）数列とその極限，関数の極限，関数の連続性

【要望】エプシロン・デルタ論法の考え方

到達目標

【コア】

・極限の概念を理解し，数列の極限を求めることができる．
・関数の極限を理解し，不定形の極限を含む関数の極限を求めることができる．
・関数の連続，不連続の概念を理解する．

【要望】

・エプシロン・デルタ論法の考え方は，近似の精度・誤差の問題と一体のものであることを理解する．

学修に当たっての配慮事項

【コア】

・具体的な事例等を通じて，数列の極限，関数の極限および関数の連続性の概念を理解させ，極限の概念が微分法，積分法の基礎となることを理解できるよう配慮する．

【要望】

・エプシロン・デルタ論法の考え方を習得するにあたっては，具体的な例を通じて収束の様子を感覚的につかめることができるよう配慮する．

（２）基本的な関数の導関数，合成関数と逆関数の微分

【要望】導関数で表される物理量，現象記述の観点から見た関数の役割

到達目標

【コア】

・導関数の概念を理解し，多項式，有理関数，三角関数，指数・対数関数，逆三角関数の導関数並びにそれらの高階導関数を求めることができる．
・関数の積の微分法則，合成関数の微分法則，逆関数の微分法則を活用できる．

【要望】
・速度や加速度など，導関数で表される基本的な物理量を理解する．
・指数関数は成長と減衰の解析，三角関数は円運動や振動の解析それぞれに有用であることを理解する．

学修に当たっての配慮事項
・具体例から導関数の概念を理解させる．また，種々の関数の導関数計算にも習熟させ，具体的な事例に活用できるよう配慮する．

（３）関数の極値と最大・最小，およびロールの定理，平均値の定理，テイラーの定理，テイラー展開

【要望】コーシーの平均値の定理，ロピタルの法則と不定形の極限

到達目標
【コア】
・関数のグラフの概形を描くことができる．
・関数の極値や最大・最小を求めることができる．
・ロールの定理，平均値の定理，テイラーの定理を理解し，関数の近似式を求めることができる．
・簡単な関数のテイラー展開を求めることができる．

【要望】
・平均値の定理の応用として，関数の増減表が書ける根拠を理解する．
・平均値の定理の拡張としてコーシーの平均値の定理を理解する．
・ロピタルの法則などを用いて不定形の極限値を求めることができる．

学修に当たっての配慮事項
・微分の利活用により，極値や最大・最小などの関数の挙動を把握できるように，かつ関数の別表現（級数展開）や近似に習熟するように配慮する．

（４）基本的な関数の不定積分，置換積分，部分積分，部分分数展開

到達目標
・不定積分の基本的性質を理解し，多項式，有理関数，無理関数，指数・対数関数，三角関数の不定積分を求めることができる．
・部分積分を（複数回も含む）利用して不定積分計算ができる．
・適切な変数変換を行い，不定積分計算ができる．
・部分分数展開を利用して有理関数の不定積分計算ができる．

学修に当たっての配慮事項
・種々の積分に習熟させ，幅広い応用事例に活用できるよう配慮する．

（５）定積分，微分積分の基本定理，図形の面積と曲線の長さ

【要望】広義積分，数値積分，簡単な１階微分方程式

到達目標
【コア】
・定積分と図形の面積の関係（積和の極限であること）を理解する．
・定積分の基本的性質および不定積分との関係を理解し，種々の定積分を求めることができる．
・定積分の計算が微分の逆演算に帰着できることを理解する．
・曲線で囲まれた図形の面積を求めることができる．
・関数のグラフとして表された曲線やパラメータ表示された曲線の長さを求めることができる．

【要望】
・不連続な関数の定積分や無限区間での定積分の拡張概念を理解する．
・台形公式やシンプソン公式などの数値積分法を理解し，具体的な数値計算ができる．
・簡単な１階微分方程式について，立てることと解くことの意味を理解する．

学修に当たっての配慮事項
【コア】
・定積分の意味や不定積分との関係を理解できるように，また具体的な事例を通じて，種々の図形の面積や様々な曲線の長さを求めることに習熟するように，配慮する．

【要望】

・具体的事例によって，広義積分の概念を理解し，かつ数値積分法に習熟するよう配慮する．等速運動や等加速度運動の解析などを通して微分と積分相互の関連を理解する．
・具体的事例によって，微分積分と微分方程式の相互の有機的関係が理解できるよう配慮する．

（６）多変数関数に関する基本的な概念

到達目標
・多変数関数の連続性の定義を理解し，簡単な関数のグラフの概形を描くことができる．
学修に当たっての配慮事項
・具体的な事例を通じて，多変数関数の連続性の概念を理解させ，関数の挙動を把握できるよう配慮する．

（７）偏導関数，全微分，合成関数の偏微分

【要望】２変数関数に対するテイラーの定理

到達目標
【コア】
・偏導関数の定義と意味を理解する．
・１変数関数の微分公式を多変数関数に適用して，偏導関数並びに高階偏導関数を計算できる．
・全微分の意味および合成関数の偏微分規則を理解し，具体的事例に適用できる．
【要望】
・２変数関数に対するテイラーの定理を理解する．
学修に当たっての配慮事項
・種々の関数の偏微分に習熟させ，具体的な事例に活用できるよう配慮する．

（８）偏微分の応用

到達目標
・簡単な多変数関数の極値を求めることができる．
・曲面の接平面を求めることができる．
・陰関数の導関数を求めることができる．
・簡単な条件付き極値問題を解くことができる．
学修に当たっての配慮事項
・偏微分の利活用により，多変数関数の極値や曲面の接平面，陰関数の導関数などを求めることができること，および簡単な条件付き極値問題を解くことができることを理解し，応用に習熟するよう配慮する．

（９）多重積分，累次積分，積分変数の変換

到達目標
・多重積分と面積および体積の関係を理解する．
・累次積分を利用して多重積分が計算できる．
・極座標変換などを利用して，多重積分の計算ができる．
学修に当たっての配慮事項
・具体例によって，多重積分と累次積分の関係，座標系の変換などに習熟させ，幅広い応用事例に活用できるよう配慮する．

（10）多重積分の応用

到達目標
【コア】
・曲面で囲まれた立体の体積を求めることができる．
【要望】
・線積分の意味と基本的性質を理解し，具体例に適用できる．
学修に当たっての配慮事項
【コア】
・具体的な事例を通じて，様々な立体の体積計算に習熟するよう配慮する．
【要望】

・具体例を通じて，線積分を理解し，かつその扱いに習熟するよう配慮する．

(11) 【要望】無限級数

・無限級数の定義と基本的性質を理解する．
・正項級数や絶対収束級数の収束性を理解し，具体例に対して収束判定ができる．
・べき級数（整級数）の収束性，連続性，項別微分，項別積分，およびテイラー級数への展開を理解し，具体的事例に対して級数展開ができる．

学修に当たっての配慮事項

・具体的事例を通じて，種々の応用に習熟するよう配慮する．

２．「線形代数」

（注）要素を実数に限定するか，複素数まで含めるか，によって以下の各項目はコアと要望に分けられる．したがって，ここでは個別の項目についてコア，要望という区別は明示しない．項目毎に，必要に応じて両者を選択することになる．ただし，「ジョルダンの標準形」だけは例外とし，これは実行列，複素行列いずれについても要望とする．

【コア】

・要素がすべて実数であるベクトル，行列，行列式を対象とする．

【要望】

・要素が複素数であるベクトル，行列，行列式を対象とする場合を扱う．共役複素数を要素とする転置行列（随伴行列）やエルミート行列（実対称行列の一般形）が出現する．また，内積保存性に関して，直交行列の一般化としてユニタリ行列も現れる．

（１）行列と行列式，正則行列と逆行列

到達目標

・行列に関する和や積などを計算できる．
・行列式の意味や性質を理解し，簡単な行列の行列式を計算できる．
・行列が正則であるための種々の条件を理解し，与えられた行列が正則であるかどうか判定できる．
・逆行列の意味や性質を理解すると共に，簡単な正則行列の逆行列を求めることができる．

学修に当たっての配慮事項

・行列や行列式の使用例や計算事例を通じて，正則性や逆行列の意味を理解し，かつ正則性判定や逆行列計算にも習熟するよう配慮する．

（２）行列式，逆行列，行列の階数，行列の基本変形，連立一次方程式の解法

到達目標

・連立方程式の係数行列についての行列式や逆行列と解の関係を理解する．
・行列の階数の概念を理解する．
・行列の基本変形（掃き出し法など）を利用して具体的な行列の階数や逆行列を求めることができる．
・連立方程式の係数行列の正則性や階数と解の関係を理解する．

学修に当たっての配慮事項

・連立方程式の係数行列についての行列式や逆行列と解の関係を理解し，行列の基本変形を通じて，連立一次方程式の解法原理を理解すると共に，処理手順にも習熟するよう配慮する．

【要望】

・実際に連立一次方程式を解くための数値計算法として，LU 分解法を理解するよう配慮する．

（３）ベクトル空間（線形空間）と部分空間，基底と次元，内積

到達目標

・ベクトル空間（線形空間）の定義を理解し，与えられた集合が指定された演算に関してベクトル空間をなすか判定できる．
・一次独立（線形独立）と一次従属（線形従属）の概念を理解できる．
・ベクトルによって張られる（生成される）部分空間の概念を理解できる．

・与えられたベクトル空間の基底と次元を求めることができる.
・内積の定義を理解し，与えられた基底から正規直交基底を構成する手法を理解し，かつ実際に構成操作を実行することができる.

学修に当たっての配慮事項

・具体的な事例を通じて，ベクトル空間の基底や次元などを理解すると共に，基底の正規直交化にも習熟するよう配慮する.

（４）線形写像と表現行列

到達目標

・線形写像の概念を理解する.
・線形写像の核と像を求めることができる.
・線形写像とその表現行列との関係を理解する.

学修に当たっての配慮事項

・具体例を通じて，線形写像の概念と表現行列の関係を理解できるよう配慮する.

（５）固有値と固有ベクトル，行列の対角化

到達目標

・固有値と固有ベクトルの定義や性質および実用上の重要性を理解し，簡単な行列の固有値と固有ベクトルを計算できる.
・行列が対角化可能であるための条件を理解し，対角化可能な行列を対角化することができる.
・２次形式の標準形を求めることができる.

学修に当たっての配慮事項

・具体的事例により，固有値，固有ベクトルの役割および行列の対角化を理解し，かつその処理手順にも習熟するよう配慮する.

【要望】

・実際に固有値を求めるための数値計算法として，行列の３重対角化（ハウスホルダー変換など）と２分法，固有ベクトルを求めるための数値計算法として逆反復法などを理解するよう配慮する.また，大規模疎行列の数値計算法への橋渡しも考慮することが望ましい.

（６）【要望】行列の３角化，ジョルダンの標準形と基底ベクトル，ケーリー–ハミルトンの定理と最小多項式

到達目標

・行列の３角化とベクトル空間の直和分解の関係を理解する.
・正方行列が適当な正則行列（とその逆行列）を乗ずることによりジョルダンの標準形に変換できることを理解する.
・正方行列とその特性多項式および最小多項式の関係を理解する.

学修に当たっての配慮事項

・線形微分方程式あるいは連立微分方程式などを例として用いながら，その解と固有値や固有ベクトルさらにはジョルダンの標準形との関連性が理解できるよう配慮する.

３．「常微分方程式」

（１）常微分方程式に関する基礎的な概念

到達目標

・常微分方程式の立て方とその意味，現象との関係，方程式の解の物理的な意味や幾何学的な性質，などの概念，および一般解や初期値問題などといった用語を理解している.

学修に当たっての配慮事項

・工学の諸分野における基礎的現象からの定式化の過程，および得られた方程式などの具体的な事例を通じて，常微分方程式の意味することや基礎的概念，および用語などを理解できるよう配慮する.

（２）１階常微分方程式

到達目標

【コア】
・（同次形からの変換も含む）変数分離形の１階常微分方程式を立て，かつ具体的に解くことができる.
・１階線形（変数係数）常微分方程式を立て，かつ具体的に解くことができる.
・形式的に公式を適用して解を得るだけでなく，解の増減や挙動などを調べることができる.
【要望】
・完全微分形の常微分方程式を立て，完全微分形の判定をし，かつ具体的に解くことができる.
・ベルヌーイ型，リッカチ型，レグランジェ型，クロレー型などの微分方程式を具体的に解くことができる.
学修に当たっての配慮事項
・現象から当該常微分方程式への定式化，解の挙動の把握，および方程式を具体的に解くこと，などに習熟するよう配慮する.

（３）２階同次（斉次）線形微分方程式の解の重ね合わせと解の１次独立性
到達目標
【コア】
・同次（斉次）微分方程式における解の重ね合わせの原理を理解する.
・解の１次独立性を理解し，ロンスキ行列式がその判定基準を与えることを理解する.
【要望】
・一般に階数が３以上の同次（斉次)線形微分方程式についても，同様の性質や判定法があることを理解する.
学修に当たっての配慮事項
・多くの事例を通じて，解の重ね合わせ原理，ロンスキ行列式による解の１次独立性判定が理解できるよう配慮する.

（４）２階定数係数同次(斉次)線形微分方程式
到達目標
・２階定数係数同次(斉次)線形微分方程式を立て，その一般解を求めることができる.
学修に当たっての配慮事項
・工学的現象から当該常微分方程式への定式化，及びそれらを具体的に解くことに習熟するよう配慮する.

（５）２階定数係数非同次(非斉次)線形微分方程式
到達目標
・非同次(非斉次)方程式の特殊解を求めることができる.
・非同次(非斉次)方程式を立ててその一般解を求め，初期値問題を解くことができる.
・「うなり」や「共鳴」などの現象に対応する解が現れることを理解できる.
学修に当たっての配慮事項
・「うなり」や「共鳴」などの具体的な現象から当該常微分方程式への定式化を通じて，これらの関係を理解すると共に，方程式を具体的に解くことにも習熟するよう配慮する.

（６）【要望】２階変数係数線形微分方程式
到達目標
・ロンスキ行列式による解の１次独立性判定，定数変化法やダランベールの階数低下法，特解と同次(斉次)方程式の一般解の和としての一般解，など定数係数の場合と同様に解くことができることを理解し，具体的に解を求めることができる.
・オイラー型，リッカチ型の微分方程式を具体的に解くことができる.
・べき級数（または整級数）展開法：係数が解析的であることの定義および級数展開により解析的な形式解を得る手法を理解し，具体的に解を求めることができる.
学修に当たっての配慮事項
・工学的現象と当該常微分方程式の関係を理解し，かつ具体的な解法手順に習熟するよう配慮する.べき級数展開法については，具体例を多数用いて，初等的関数のべき級数展開，収束半径，正則点などの意味が十分に理解できるよう配慮する.

（７）【要望】正規型連立１階線形微分方程式と高階線形微分方程式

到達目標

・具体的現象を正規型連立１階線形微分方程式として定式化でき，かつ高階線形微分方程式が連立１階線形微分方程式として表現できることを理解する．
・２元連立方程式の解の１次独立性の判定法，およびその解法が行列の固有値方程式の解法に帰着されることを理解し，具体的な解法手順を実施することができる．

学修に当たっての配慮事項

・具体例を用いて，２元正規型連立１階線形微分方程式の解法に関して，一般解がベクトルの１次独立性に対応すること，解法が行列の固有値方程式の解法になることなど，線形代数との関連性が理解できるよう配慮する．できれば，次元数が３以上の場合にも同様の関係があることを伝えて，今後の学習の方向性を提示する．

（８）【要望】相空間と定性的解法

到達目標

・微分方程式（特に非線形微分方程式）の解の挙動と相空間，軌道，臨界点（または平衡点）などの概念を理解する．
・力学や電気などの分野における典型的な線形微分方程式または非線形微分方程式について，相空間として解の挙動を把握することができる．

学修に当たっての配慮事項

・時間と速度の関係が時間経過とともにどのように変化していくか，などわかりやすい実例を用いて，相空間，軌道，臨界点などの概念の理解と共に，これらにより微分方程式の意味を把握することが容易になる，ということが理解できるよう配慮する．

（９）【要望】微分，積分，微分方程式の数値計算法

到達目標

・ニュートン法などによる微係数の数値計算法，シンプソン法などによる積分の数値計算法，オイラー・コーシー法やルンゲ・クッタ法などによる微分方程式の数値解法を理解する．

学修に当たっての配慮事項

・当該項目の理論的解説の後に続く形で，実際に数値的に計算する場合の具体的な手法を説明することで，数値計算法への橋渡しとなるよう配慮する．

４．「確率・統計」

（１）確率と事象の独立性

到達目標

・事象，確率とその基本的性質，条件付き確率，事象の（確率的）独立性の意味を理解している．

学修に当たっての配慮事項

・多くの具体的事例を通じて，これらの基本的な概念を理解できるよう配慮する．

（２）確率変数と確率分布関数

到達目標

【コア】

・確率変数の概念，および確率変数と確率分布関数や確率密度関数の関係を理解している．
・期待値（平均）と分散および標準偏差の意味を理解し，これらの計算ができる．
・確率変数の分布を表現する方法として，モーメント（積率）およびモーメント母関数を知っている．
・２変数確率分布に関して，同時確率分布，周辺確率分布，条件付確率分布，および確率変数の独立性を理解している．
・２つの確率変数に関する期待値と分散，共分散，相関係数を理解している．

【要望】

・２つの確率変数の和が従う分布およびその確率密度を理解する．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な事例を通じて，確率変数，確率分布，確率密度をはじめとする各種の関数や統計量などの意味や関係を理解できるよう配慮する．また，実例によって，これらの統計量の計算法にも習熟するよう配慮する．

（３）代表的な確率分布

到達目標

【コア】

・離散分布として，２項分布，ポアソン分布を具体例とともに理解している．また，これらを利用して確率計算ができる．
・連続分布として，一様分布，指数分布，正規分布を具体例とともに理解している．また，これらを利用して確率計算ができる．

【要望】

・大数の法則，多項分布，超幾何分布を具体例とともに理解している．
・２項分布の極限と正規分布，および中心極限定理の関係を理解している．
・２次元正規分布を理解している．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な事例を通じて，離散分布，連続分布とこれらの応用例（具体的な確率計算手法も含めて）を理解できるよう配慮する．

（４）標本と母集団，および統計量の分布

到達目標

・標本の平均と分散，母集団の平均と分散，および母集団分布の意味を理解している．
・正規分布による近似（正規母集団），および正規分布の重ね合わせを理解している．
・推定，検定で用いる様々な統計量が従う分布（正規母集団に対する標本分布：平均の分布，カイ２乗分布，Ｆ分布，ｔ分布）の意味と役割を理解している．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な分布と推定（または検定）の組合せ事例を通じて，推定や検定といった統計操作における各種分布の役割を理解できるよう配慮する．

（５）点推定

到達目標

・モーメント法と最尤推定法の考え方を理解し，推定値を求めることができる．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な事例を通じて，推定値計算法に習熟するよう配慮する．

（６）区間推定

到達目標

・母集団が正規分布に従うとき，母分散が既知，未知いずれの場合にも母平均の信頼区間を求めることができる．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な事例を通じて，母平均の信頼区間の考え方を理解し，具体的な計算法に習熟するよう配慮する．

（７）仮説検定

到達目標

【コア】

・危険率（有意水準），帰無仮説，対立仮説，片側検定，両側検定の意味を理解している．
・母集団が１つでしかも正規分布に従うとき，母分散が既知，未知いずれの場合にも母平均に関する検定を行うことができる．

【要望】

・正規母集団に対する母分散に関する検定を行うことができる．
・２つの正規母集団に対して，分散の比や平均の差に関する検定を行うことができる．
・カイ２乗分布と適合度および独立性の関係を理解し，実際にこれらの検定を行うことができる．

・線形回帰モデル（最小２乗法）と相関係数の関係，および標本回帰係数の計算法を理解している．

学修に当たっての配慮事項

【コア】

・具体的な事例を通じて，母平均に関する検定の手法に習熟するよう配慮する．

【要望】

・実例を通して，母分散検定をはじめとする各種検定法に習熟するよう配慮する．

Ⅱ．技術者教育における基礎数学　－専門指向型８分野－

５．「ベクトル解析」

（１）ベクトルの代数

(a) ベクトル，スカラー，ベクトルの和と差，ベクトルの成分，ベクトルのスカラー倍

到達目標

・ベクトルとスカラーを区別できる．また，空間の幾何学的ベクトルの和とスカラー倍について理解し，その成分表示ができる．

(b) 内積とその成分表示

到達目標

・内積とその成分表示および幾何的意味を理解し，具体的に計算できる．また，ベクトル a のベクトル b 方向の成分が計算できる．

(c) 外積とその成分表示

到達目標

・外積とその成分表示および幾何的意味を理解し，具体的に計算できる．

(d) スカラー３重積，ベクトル３重積

到達目標

・内積と外積を利用して，平行四辺形の面積や平行六面体の体積が計算できる．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な事例を通じて，幾何的かつ物理的イメージを持つことができるように配慮する．

（２）ベクトル関数の微分積分

到達目標

・ベクトル関数の微分および積分の定義を理解し，具体的な関数について計算できる．

・微積分の多くの公式がベクトル関数についても成り立つことを理解し，利活用できる．

学修に当たっての配慮事項

・速度，加速度などの典型的事例を通じて，ベクトル関数の微分積分の計算に習熟するように配慮する．

（３）スカラー場，ベクトル場

(a) スカラー場，ベクトル場

到達目標

・スカラー場とベクトル場の概念を理解し，それぞれの例を挙げることができる．

(b) スカラー場の勾配，等位面，３次元の勾配ベクトル，方向微分係数

到達目標

・スカラー場の勾配，方向微分係数およびそれらの幾何的意味を理解し，具体的な対象について計算できる．

(c) スカラー場のラプラシアン

到達目標

・スカラー場のラプラシアンの定義を理解し，具体的な対象について計算できる．

(d) ベクトル場の発散，回転，回転操作，回転の重ね合わせ，角速度

到達目標

・ベクトル場の発散と回転の定義を理解し，具体的な対象について計算できる．

・種々のベクトル等式を導出できる．

学修に当たっての配慮事項

・単なる計算ツールとして数式を覚えるのではなく，幾何的および物理的イメージをもてるように配慮する．

（４）線積分，面積分，体積分

(a) **線積分**

到達目標

・スカラー場およびベクトル場の線積分を理解し，勾配場の線積分は，経路に依らず始点と終点のみで決まることを理解する．また，具体的な対象について計算できる．

(b) **面積分**

到達目標

・スカラー場およびベクトル場の面積分を理解し，具体的な対象について計算できる．

(c) **体積分**

到達目標

・空間内の体積分の意味を理解し，具体的な対象について計算できる．

学修に当たっての配慮事項

・多くの計算事例を通じて，諸概念に習熟するよう配慮する．必要に応じて電磁場・流体現象・力学などの工学分野への応用に配慮する．

（５）ガウスの発散定理，ストークスの定理

(a) **ガウスの発散定理**

到達目標

・ガウスの発散定理の意味を理解し，具体的な対象についてそれらを利用した計算ができる．

(b) **ストークスの定理**

到達目標

・ストークスの定理の意味を理解し，具体的な対象についてそれらを利用した計算ができる．

(c) **発散，回転，渦なしの場，速度ポテンシャル，渦，発散のない場**

到達目標

・発散は「泉の源」であること（極限による表現式）を理解する．

・回転は「渦の源」 であること（極限による表現式）を理解する．

(d) **グリーンの定理，グリーンの公式**

到達目標

・ガウスの発散定理を用いてグリーンの公式を導くことができる．

(e) **ベクトルポテンシャル，ヘルムホルツの定理**

到達目標

・ベクトルポテンシャルの存在条件やヘルムホルツの定理を理解する．

学修に当たっての配慮事項

・電磁気や流体のイメージを援用して，定理の内容を直観的に把握できるよう配慮する．数式的意味は「領域内部の情報を境界上の情報に置き換える公式」であることを理解させる．

（６）直交曲線座標表示

(a) **極座標，平面極座標，直交座標，円柱座標，直交曲線座標表示の基本ベクトル**

到達目標

・直交曲線座標表示の基本ベクトルと元々の直交座標の基本ベクトルの間に成り立つ関係式を導出できる．

・具体的なスカラー場とベクトル場を直交曲線座標で表現できる．

(b) **直交曲線座標の勾配，ラプラシアン，発散，回転**

到達目標

・場の量（勾配，ラプラシアン，発散，回転）の各種の微分演算が，どのように表現されるかを導出できる．

(c) **直交曲線座標の線積分**

到達目標

・線要素がどのように表現されるかを理解し，具体的な対象について線積分が計算できる．

(d) **直交曲線座標の面積分**

到達目標

・面要素がどのように表現されるかを理解し，具体的な対象について面積分が計算できる．

(e) 直交曲線座標の体積分

到達目標

・体積要素がどのように表現されるかを理解し，具体的な対象について体積分が計算できる.

学修に当たっての配慮事項

・代表的な例として，極座標と円柱座標の２つを取り扱う.

（７）その他

到達目標

・ガウスの発散定理，ストークスの定理に関して，微分形式の概念による統一的記述を理解する.

学修に当たっての配慮事項

・多くの計算事例を通じて，微分形式の概念を理解するよう配慮する．必要に応じて電磁場などの工学分野への応用に配慮する.

６．「複素解析」

（１）複素数と複素平面

(a) 複素平面，複素数の極座標表示（極形式）

到達目標

・複素平面と複素数の極座標表示（極形式）について理解する.

(b) オイラーの公式，ド・モアブルの定理，べき乗計算，複素数の n 乗根

到達目標

・オイラーの公式およびド・モアブルの定理を理解し，べき乗計算，複素数の n 乗根，複素数列の極限など種々の計算に応用できる.

(c) 複素数列の極限，複素数列の発散と収束，複素数列の級数

到達目標

・複素数列の極限，複素数列の発散と収束，複素数列の級数を理解し，オイラーの公式およびド・モアブルを利用して，複素数列の極限などの計算に応用できる.

【要望】(d)～(h) の項目は専門分野での必要性に応じて，適宜，取捨選択する.

(d) リーマン球面，無限遠点

到達目標

・リーマン球面および無限遠点とは何かを理解し，リーマン球面上の円を理解する.

(e) コーシーの判定法

到達目標

・コーシーの判定法とは何かを理解し，それを利用して複素数列の収束性を判定できる.

(f) コーシーの乗積級数

到達目標

・コーシーの乗積級数は級数どうしの積であることを理解する.

(g) 一次変換（メービウス変換）

到達目標

・一次変換はリーマン球面上の円を円に写す（円・円対応）ことを理解する.

(h) 鏡像の原理

到達目標

・円に関する鏡像の原理とは何かを理解する.

学修に当たっての配慮事項

・複素数を高等学校で十分に学んでいないことを念頭におきながら，具体的な事例に活用できるよう配慮する.

（２）初等関数

(a) 基本的な複素関数（指数関数・三角関数・対数関数・累乗関数など）

到達目標

・基本的な複素関数（指数関数・三角関数・対数関数・累乗関数など）の定義および性質を理解し，関数値および関数値の変化を求めることができる．

学修に当たっての配慮事項
・独立変数を虚軸方向に変化させたときの複素関数の振る舞いに留意する．
・初等関数は複素数の世界で考えると，わかりやすく見通しがよくなることを意識させる．
・対数関数や累乗関数は多価性をもつため，一価関数との違いに留意する．

（３）正則関数
(a) 複素関数の正則性，コーシー・リーマンの関係式，調和関数
到達目標
・複素関数の正則性の意味を理解し，コーシー・リーマンの関係式による判定ができる．
・正則関数の実部・虚部がともに調和関数であり，一方を与えると他方が定まることを理解する．
(b) 複素関数の基本事項（極限値，連続性，導関数，微分可能性，特異点）
到達目標
・複素関数の基本事項（極限値，連続性，導関数，微分可能性，特異点）を理解する．

【要望】(c) の項目は専門分野での必要性に応じて，適宜，取捨選択する．
(c) ド・ロピタルの定理
到達目標
・ド・ロピタルの定理を理解し，具体的な不定形の極限が計算できる．

学修に当たっての配慮事項
・具体的な事例通じて，各種の概念および計算に習熟できるよう配慮する．

（４）複素積分
(a) 複素関数の積分
到達目標
・複素関数の積分の定義を理解し，パラメータ表示を設定して具体的な積分が計算できる．
(b) コーシーの積分定理
到達目標
・コーシーの積分定理について理解し，それを用いて積分路の変形ができる．
(c) コーシーの積分公式
到達目標
・コーシーの積分公式(正則関数の積分表示)を理解し，それを利用して複素積分の計算ができる．
(d) 正則関数の積分，不定積分
到達目標
・不定積分とは何かを理解し，正則関数の不定積分が存在することを理解する．

【要望】(e)～(k) の項目は，専門分野での必要性に応じて，適宜，取捨選択する．
(e) 2 次元グリーンの公式の複素形式
到達目標
・2 次元グリーンの公式の複素形式の導出を理解する．
・平面図形の面積や重心などの計算に応用できる．
(f) モレラの定理
到達目標
・モレラの定理を理解する．
(g) コーシーの評価式
到達目標
・コーシーの積分公式を利用してコーシーの評価式を導出できる．
(h) 一致の定理
到達目標
・一致の定理の主張を理解する．

(i) **最大値の原理**

到達目標

・最大値の原理の主張を理解する．

(j) **リウヴィルの定理**

到達目標

・リウヴィルの定理の主張を理解する．

(k) **代数学の基本定理**

到達目標

・リウヴィルの定理を応用して，代数学の基本定理の主張および証明を理解する．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な計算事例を通じて，複素積分に関わる諸概念に習熟するように配慮する．

（５）テイラー展開・ローラン展開

(a) **テイラー展開とその収束半径**

到達目標

・正則関数のテイラー展開とその収束半径について理解し，具体的な関数についてそれらを求めることができる．

(b) **孤立特異点，ローラン展開**

到達目標

・孤立特異点の定義とその分類（除去可能な特異点，極，真性特異点）を理解する．さらに，具体的な対象について，極の位数を求めることができる．

・孤立特異点のまわりの円環領域でのローラン展開について理解し，具体的な関数についてそれを求めることができる．

【要望】(c)，(d)，(e) の項目は，専門分野での必要性に応じて，適宜，取捨選択する．

(c) **リーマンの定理**

到達目標

・リーマンの定理の主張を理解する．

(d) **ワルエルシュトラスの定理**

到達目標

・ワルエルシュトラスの定理の主張を理解する．

(e) **ピカールの定理**

到達目標

・ピカールの定理の主張を理解する．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な計算事例を通じて，テイラー展開およびローラン展開に習熟するよう配慮する．

（６）留数・留数定理とその応用

(a) **留数**

到達目標

・孤立特異点における留数の概念を理解し，具体的にそれを求めることができる．

(b) **留数定理**

到達目標

・留数定理を使って種々の複素積分の計算ができる．

・留数定理を応用して，ある種の実関数の定積分を求めることができる．

【要望】(c)～(g) の項目は，専門分野での必要性に応じて，適宜，取捨選択する．

(c) **偏角の原理**

到達目標

・偏角の原理の主張を理解する．

(d) **ルーシュの定理**

到達目標
・ルーシュの定理の主張を理解する．

(e) 部分分数展開，無限乗積
到達目標
・有理型関数の定義を理解し，有理型関数の部分分数展開を理解する．
・無限乗積とは何かを理解し，正則関数の無限乗積表示を理解する．

(f) ジョルダンの補助定理
到達目標
・ジョルダンの補助定理を理解する．

(g) 有理関数の積分，多価関数（分数べき関数，対数関数）の積分
到達目標
・留数定理を利用して，具体的な関数の積分が計算できる．

学修に当たっての配慮事項
・具体的な計算事例を通じて，幅広い応用事例に活用できるよう配慮する．

（７）解析接続

(a) 解析接続
到達目標
・解析接続とは何かを理解し，その典型的な手法を理解する．

(b) ガンマ関数とベータ関数
到達目標
・ガンマ関数とベータ関数それぞれの複素積分表示を理解する．

(c)リーマンのゼータ関数
到達目標
・リーマンのゼータ関数の定義を理解し，全複素平面へ解析接続されることを理解する．

学修に当たっての配慮事項
・具体的な例を通じて，解析接続の概念に習熟するよう配慮する．
・専門分野での必要性に応じて，適宜，取捨選択する．

（８）等角写像

(a) 正則関数の等角性
到達目標
・正則関数の等角性を理解する．
【要望】(b)，(c)の項目は，専門分野での必要性に応じて，適宜，取捨選択する．

(b) 等角写像
到達目標
・等角写像の具体的な実例を理解する．

(c) リーマンの写像定理
到達目標
・リーマンの写像定理の主張を理解する．

学修に当たっての配慮事項
・正則関数の実部・虚部の物理的意味を明らかにし，必要に応じて電磁場・流体現象などの工学分野への応用に配慮する．

（９）境界値問題

(a) 境界値問題
到達目標
・正則関数を用いて，２次元ラプラス方程式のディリクレ問題とノイマン問題を解くことができる．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な計算事例を通じて，境界値問題に習熟するよう配慮する．

７．「偏微分方程式」

（１）偏微分方程式に係る諸概念

(a) 偏微分可能性，偏導関数，偏微分方程式

到達目標

・偏微分方程式の意味するところを理解する．

(b) 偏微分方程式の種々の特徴と分類

到達目標

・偏微分方程式の種々の特徴とそれに基づく分類（線形と非線形，準線形と半線形，同次と非同次）を理解する．

(c) 偏微分方程式の階数

到達目標

・偏微分方程式の階数を理解する．

(d) 特性曲線と（楕円型，双曲型，放物型）２階線形偏微分方程式

到達目標

・特性曲線および２階線形偏微分方程式の３つの型（楕円型，双曲型，放物型）を理解する．さらに，ラプラスの方程式，波動方程式，熱伝導方程式がそれぞれの代表例であることを理解する．

(e) 偏微分方程式の初期値問題，境界値問題，初期値・境界値問題，および問題の適切性

到達目標

・偏微分方程式を対象として設定される条件（初期条件，境界条件）とそれに応じた各種の問題（初期値問題，境界値問題，初期値・境界値問題）を理解できる．さらに，各々の問題の適切性の意味を理解する．

(f) 偏微分方程式の古典解および広義解

到達目標

・偏微分方程式の古典解および広義解の概念を理解する．

学修に当たっての配慮事項

・各専門分野での必要性の程度に応じて適宜，取捨選択して取り扱う．その際には，具体例を用いて概念の把握を促進する．

（２）重要な偏微分方程式

到達目標

・以下の偏微分方程式の導出を理解し，方程式の表す現象を理解する．
・1 次元および高次元熱方程式---熱伝導，拡散
・1 次元波動方程式---弦の振動，音波，電磁波，水面波
・2 次元ラプラス方程式---静電場，2 次元渦なし流れ，粘性流体の遅い流れ，弾性体の応力場
・ポアソン方程式---電荷密度分布の静電場，2 次元渦あり流れ
・ヘルムホルツ方程式---膜の振動，粘性流体の遅い流れ
・マックスウェル方程式--電磁気学の基本方程式
・連続の方程式---各種の物理量の保存則を表す方程式
・シュレディンガー方程式---量子力学の基本方程式
・ナビエ・ストークス方程式--非圧縮性粘性流体の運動方程式
・オイラー方程式--完全流体の運動方程式

学修に当たっての配慮事項

・各専門分野での必要性の程度に応じて適宜，取捨選択して取り扱う．

（３）偏微分方程式の典型的な性質

到達目標

・以下の偏微分方程式の性質を理解する．
・熱伝導方程式--無限伝播性，平滑化効果，最大値原理，比較定理

・波動方程式−−有限伝播性，エネルギー保存則，依存領域，影響領域，ホイヘンスの原理
・ラプラスの方程式−−最大値原理，比較定理，球面平均の定理

学修に当たっての配慮事項
・各専門分野での必要性の程度に応じて適宜，取捨選択して取り扱う．

（４）偏微分方程式の求積法

(a) 特性曲線の利用

到達目標
・特性曲線を利用して，簡単な１階偏微分方程式を解くことができる．

(b) 線形方程式に対する重ね合わせの原理とその利用

到達目標
・線形方程式に対する重ね合わせの原理を理解し，これを解法に利用することができる．

(c) 変数分離法の利用

到達目標
・変数分離法を用いて各種の問題（熱方程式・波動方程式・シュレディンガー方程式の初期値・境界値問題，ラプラスの方程式の境界値問題など）を解くことができる．

(d) ストークスの波動公式の利用

到達目標
・1 次元波動方程式の解を与えるストークスの波動公式の導出を理解し，これを利用して具体的な初期値問題を解くことができる．

(e) 1 次元熱方程式の初期値問題とフーリエ変換

到達目標
・フーリエ変換を利用して，1 次元熱方程式の初期値問題を解くことができる．

学修に当たっての配慮事項
・各専門分野での必要性の程度に応じて適宜，取捨選択して取り扱う．

（５）偏微分方程式の数値解法（差分法と有限要素法）

(a) 差分法の計算原理

到達目標
・差分法の計算原理を理解する．

(b) 前進差分，後退差分，中心差分

到達目標
・前進差分，後退差分，中心差分の意味するところを理解し，偏微分方程式を離散化して差分方程式に変形できる．

(c) 変分問題と変分法

到達目標
・変分問題とその解法である変分法の意味するところを理解する．

(d) 有限要素法の計算原理

到達目標
・有限要素法の計算原理を理解する．

(e) 有限要素法のアルゴリズム

到達目標
・有限要素法の標準的なアルゴリズムを理解する．また，具体的な微分方程式（１次元常微分方程式，２次元ラプラス方程式やポアソン方程式など）の境界値問題に対して，有限要素法を用いた解析法を理解する．

学修に当たっての配慮事項
・具体的な例題を用いながら，解法の原理と操作を十分理解できるように配慮する．

８．「フーリエ解析」

（１）フーリエ級数，複素フーリエ級数

(a) フーリエ級数，フーリエ係数

到達目標

・フーリエ級数，フーリエ係数の意味するところを理解する．

(b) 周期関数のフーリエ級数展開

到達目標

・具体的な周期関数のフーリエ級数展開を行うことができる．

(c) 正弦級数展開，余弦級数展開

到達目標

・具体的な関数の正弦級数展開，余弦級数展開を行うことができる．

(d) オイラーの公式，ド・モアブル（de Moivre）の公式，複素フーリエ級数

到達目標

・具体的な周期関数の複素フーリエ級数を求めることができる．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な計算事例を通じて，フーリエ級数展開について習熟するよう配慮する．

（２）フーリエ級数の基本的性質

(a) フーリエ級数の各点収束，ディリクレの条件

到達目標

・フーリエ級数の各点収束に関する定理（ディリクレの条件）を理解し，これを通じてフーリエ級数の適用性の広さを理解する．また，その定理を応用して無限級数の値を求めることができる．

(b) フーリエ級数のギブス（Gibbs）現象

到達目標

・フーリエ級数のギブス（Gibbs）現象を理解する．

(c) フーリエ級数の項別微分および項別積分

到達目標

・フーリエ級数の項別微分および項別積分に関する定理を，具体的な対象について正しく適用できる．

(d) 最良近似問題，平均２乗誤差，フーリエ級数の最終性，ベッセル（Bessel）の不等式

到達目標

・最良近似問題を解くことができる．また，ベッセル（Bessel）の不等式の意味するところを理解する．

(e) パーセバル（Parseval）の等式

到達目標

・パーセバル（Parseval）の等式の適用条件を理解し，これを用いて無限級数の値を求めることができる．

学修に当たっての配慮事項

・具体的な計算事例を通じて，フーリエ級数の収束，微分，積分およびその他の基本性質について習熟するよう配慮する．

（３）フーリエ級数の適用例

(a) 微分演算，積分演算

到達目標

・フーリエ級数展開を用いることにより，微分，積分の演算は代数的操作に置き換わることを理解する．

(b) 変数分離法

到達目標

・変数分離法を用いて，熱方程式，波動方程式の初期値・境界値問題およびラプラスの方程式の境界値問題を解くことができる．

学修に当たっての配慮事項
・典型的な例を通じて，偏微分方程式の古典的解法である変数分離法に習熟するよう配慮する．

（４）フーリエ変換・フーリエ逆変換の収束と性質

(a) フーリエの積分公式

到達目標
・フーリエの積分公式の（形式的な）導出を理解する．

(b) フーリエ変換，フーリエ逆変換（反転公式）

到達目標
・フーリエ変換およびフーリエ逆変換（反転公式）の意味するところを理解する．

(c) フーリエ余弦変換，正弦変換

到達目標
・フーリエ余弦変換，正弦変換の意味するところを理解する．また，具体的な対象について，これらの変換が計算できる．

(d) 線形性，周波数シフトの定理，たたみこみ定理（重ね合わせの原理）

到達目標
・線形性，周波数シフトの定理，たたみこみ定理（重ね合わせの原理）などのフーリエ変換の諸性質を理解する．

(e) 微分演算，積分演算

到達目標
・フーリエ変換を用いることにより，微分，積分の演算は代数的操作に置き換わることを理解する．

(f) フーリエ変換および逆変換の収束に関する定理（ディリクレの条件）

到達目標
・フーリエ変換および逆変換の収束に関する定理（ディリクレの条件）を定積分の計算に応用できる．

(g) パーセバル（Parseval）の等式と定積分への応用

到達目標
・パーセバル（Parseval）の等式を定積分の計算に応用できる．

(h) デルタ関数

到達目標
・デルタ関数の定義と性質について理解し，デルタ関数のフーリエ変換が計算できる．

(i) 自己相関関数，パワースペクトル

到達目標
・自己相関関数，パワースペクトルを理解する．

(j) サンプリング定理

到達目標
・サンプリング定理の意味と適用条件を理解する．

(k) ウィーナー・ヒンチン（Wiener-Khintchine）の定理

到達目標
・ウィーナー・ヒンチン（Wiener-Khintchine）の定理の意味と適用条件を理解する．

学修に当たっての配慮事項
・具体的な計算事例を通じて，フーリエ解析に関わる各種の性質および操作について習熟するよう配慮する．

（５）一般化フーリエ級数

(a) 関数の内積，ノルム

到達目標
・関数の内積，ノルムを理解する．

(b) 直交関数系，関数（正弦関数，余弦関数，複素系の指数関数）の直交性

到達目標
・直交関数系，正弦関数および余弦関数の直交性，複素系の指数関数の直交性を理解する．

(c) フーリエ級数の平均２乗収束

到達目標
・フーリエ級数の平均２乗収束を理解する．

学修に当たっての配慮事項
・フーリエ級数の一般化を n 次元ユークリッド空間のアナロジーにもとづいて理解するよう配慮する．

（６）離散フーリエ変換
(a) 離散フーリエ変換，離散フーリエ逆変換
到達目標
・離散フーリエ変換および離散フーリエ逆変換の意味するところを理解する．
(b) 高速フーリエ変換
到達目標
・高速フーリエ変換のアルゴリズムを理解する．
(c) 周期関数のサンプリング定理
到達目標
・周期関数のサンプリング定理の意味と適用条件を理解する．
(d) 離散コサイン変換
到達目標
・離散コサイン変換の意味するところを理解する．

学修に当たっての配慮事項
・コンピュータを用いた数値計算事例を利活用して，これらの考え方と計算法の理解を深めるように配慮する．

（７）ラプラス変換，逆変換
(a) ラプラス変換，ラプラス逆変換の定義
到達目標
・ラプラス変換およびラプラス逆変換の定義とその意味するところを理解する．
(b) ラプラス変換の収束条件
到達目標
・ラプラス変換が収束する条件を理解する．
(c) 基本的な関数のラプラス変換
到達目標
・ラプラス変換の定義にもとづいて，基本的な関数のラプラス変換の計算ができる．
(d) ラプラス変換の基本的性質，部分分数展開および留数定理によるラプラス（逆）変換
到達目標
・ラプラス変換の基本的性質を利用して，あるいは部分分数展開および留数定理を利用して，種々のラプラス（逆）変換の計算ができる．
(e) 単位関数，デルタ関数および周期関数のラプラス変換
到達目標
・単位関数およびデルタ関数のラプラス変換が計算でき，それを応用して周期関数のラプラス変換の計算ができる．

学修に当たっての配慮事項
・具体的な計算事例を通じて，ラプラス変換および逆変換に習熟するよう配慮する．

（８）ラプラス変換の有用な性質
(a) ラプラス変換の線形性，移動法則，およびたたみこみ定理
到達目標
・ラプラス変換の有用な性質である線形性，移動法則，およびたたみこみ定理を理解する．
(b) 微分演算，積分演算
到達目標

・ラプラス変換を用いることにより，微分，積分の演算は代数的操作に置き換わることを理解する．

学修に当たっての配慮事項
・具体的な計算事例を通じて，ラプラス変換および逆変換の性質や操作に習熟するよう配慮する．

（９）ラプラス変換の適用例
(a) 線形定数係数常微分方程式の初期値問題
到達目標
・線形定数係数の常微分方程式の初期値問題をラプラス変換を利用して解くことができる．
(b) 積分方程式の初期値問題および境界値問題
到達目標
・積分方程式の初期値問題および境界値問題への応用について理解する．

学修に当たっての配慮事項
・学系，電気回路系，制御系など，各専門分野での具体的な活用事例を用いてラプラス変換を応用する能力を向上させるように配慮する．

９．「確率過程／待ち行列理論」
(1) 確率変数，確率分布（離散確率分布，連続確率分布）
到達目標
・組合せ確率に基づいた古典的確率論の基礎事項，および確率変数の基本概念を理解する．また，測度論など高度に数学的な概念を用いることなく，‘確率’のもつ本質的なイメージを直感的に掴む．

(2) 多変量確率変数，畳込みと極限定理
到達目標
・具体的に確率分布関数が与えられた場合に，平均，分散，各種モーメントを計算することができる．さらに分布の畳込み演算や特性関数を計算することができる．

(3) ポアソン過程（計数過程としての確率過程，到着時間分布による特徴づけ），再生過程（再生関数と再生定理，年齢と寿命による特徴づけ）
到達目標
・ポアソン過程や再生過程の基本的性質を理解する．また，再生関数や到着時間間隔分布に関する種々の結果，さらにはこれらの確率過程の極限における性質を導出することができる．

(4) マルコフ過程（コルモゴロフ方程式，極限推移確率，無限状態マルコフ過程，有限状態マルコフ過程）
到達目標
・マルコフ性を理解する．さらに，マルコフ過程における推移確率の計算，極限推移確率の計算を行うことができる．

(5) 待ち行列理論：トラフィック理論と待ち行列
到達目標
・不確実な現象を確率変数や確率過程によって記述するためのモデル化ができる．

(6) 待ち行列理論の基礎（リトルの公式，待ちの評価量，確率分布，確率過程，確率モデル）
到達目標
・待ち行列理論の基礎（リトルの公式，待ちの評価量，確率分布，確率過程，確率モデル）を理解する．

(7) マルコフ連鎖，再生型確率過程
到達目標

・代表的な確率過程（マルコフ連鎖，再生型確率過程）を理解する．

(8) 出生死滅過程における待ち行列システム，マルコフ過程における待ち行列システム，M/G/1 待ち行列システム（ポラチェックーヒンチンの公式），M/M/S 待ち行列システム

到達目標

・代表的な待ち行列システムを解析することができる．

学修に当たっての配慮事項

・様々な例を用いることにより，確率過程の本質的な意味や様々な待ち行列システムの理解を深めるように配慮する．

１０．「離散数学」

(1) 数列，級数，不等式（算術平均，幾何平均，調和平均）

到達目標

・数列，級数，不等式などの基礎的事項を理解する．

(2) 集合，関数（写像）

到達目標

・集合や関数（写像）などの基礎的事項を理解する．

(3) 整数（整数の性質（整列可能定理），最大公約数とユークリッド互除法，素数，剰余類と有限群）

到達目標

・整数の基本的性質やユークリッド互除法を理解し，ユークリッド互除法を使用して最大公約数を求めることができる．

(4) 基本的証明法（数学的帰納法，背理法，鳩の巣原理，包除原理）

到達目標

・数学的帰納法などの基本的な証明の方法や原理を理解し，各証明法を適用できる．

(5) 順列・組合せ，２項定理

到達目標

・順列・組合せや集合分割の個数などの数え上げの基礎を理解する．

(6)【要望】集合と整数の分割（集合と自然数の分割，カタラン数）

到達目標

・集合と整数の分割の基礎を理解する．

(7)【要望】母関数（数列や組合せ個数と母関数）

到達目標

・基本となる数列や組合せの個数と母関数の関係を理解する．

(8) 漸化式または差分方程式

(8-a) 展開解法，特性方程式解法

到達目標

・漸化式または差分方程式の解法を理解し，実際に解くことができる．

(8-b)【要望】母関数解法

到達目標

・漸化式または差分方程式の解法を理解し，実際に解くことができる．

(9) ２項関係（半順序関係，同値関係，商集合）

到達目標

・２項関係を理解する．

(10) 代数系

(10-a) 群，環，体，束（モジュラー束，分配束，ブール束））

到達目標

・群，環，体，束などの代数系の基礎を理解する．

(10-b)【要望】整数剰余と有限代数系（有限体，有限環，有限群），中国剰余定理

到達目標

・整数剰余のなす有限代数系の基礎を理解する．

(11) 数理論理

(11-a) 集合と論理，命題論理，推論規則，論理関数（標準形，充足可能性）

到達目標

・数理論理の基礎を理解する．

(11-b)【要望】述語論理

到達目標

・数理論理の基礎を理解する．

(12) グラフ理論

(12-a) グラフ，次数，パス，サイクル，木（根付木，順序木），切断点と橋，２点連結性，２辺連結性，いくつかの基本的なグラフ，ハミルトンパスとオイラーパス，連結性とメンガーの定理（関連性の説明），点または辺の彩色，平面性，グラフと行列

到達目標

・グラフ理論の基礎を理解する．

(12-b)【要望】グラフの連結性とメンガーの定理（詳細説明），マッチング，最短パス，最小全域木，最大フロー

到達目標

・グラフ・ネットワークの基礎的定理とアルゴリズムを理解する．簡単な実例に対してアルゴリズムを適用して解を求めることができる．

(13) 離散確率

(13-a) 事象，確率変数，平均（期待値とその線形性），分散，（正規，２項，幾何，ポアソン，一様）確率分布

到達目標

・離散確率の基礎を理解する．

(13-b)【要望】確率的方法，ランダム化戦略

到達目標

・離散確率を利用した命題証明方法を理解する．

(14)【要望】ラテン方陣とブロックデザイン

到達目標

・ラテン方陣とブロックデザインの基礎を理解し，簡単な例題を解くことができる．

学修に当たっての配慮事項

・情報分野，通信分野などの離散的な事項や事象を扱う数学的基礎としての重要性を認識させるとともに，演習などを十分に行なわせることで，必要に応じて自在に使いこなせる能力（運用力）を身に付けさせるように配慮する．

１１．「最適化手法」

・数理計画：離散最適化（グラフ・ネットワーク，動的計画法，分枝限定法，整数計画法，近似アルゴリズムとメタ戦略），線形計画法（単体法，双対性，２次計画法），非線形計画（ニュートン法，逐次２次計画法，ホモトピー法，等），等

・計算機での数理計画演習

到達目標

・最適化すべきシステムを数学モデルとして表現できる．加えて，各種の最適化手法，ヒューリスティック解法を理解し，具体的問題に適用して解決できる．
・組合せ最適化問題の特徴と数学的表現を理解する．
・種々の最適化手法とヒューリスティック解法の構成と特徴を理解する．
・身近な問題を組合せ最適化問題として定式化する方法を身につける．
・具体的問題に適用して解決できる．

学修に当たっての配慮事項

・具体例で概念を把握させ，また，多くの具体的問題への適用を通じて，定式化と手法の扱いに習熟させる．

１２．「数値計算」

（１）数値計算の基礎

・数値計算の基礎：数値表現と誤差および計算量（級数，多項式），連立一次方程式（ガウスの消去法，ＬＵ分解，ガウス・ザイデル法），曲線推定（ラグランジュ補間，Hermite 補間，スプライン補間，最小２乗法），非線形方程式（２分法，ニュートン法），常微分方程式（差分方程式，オイラー法，ルンゲクッタ法，１階または２階の初期値問題，２階の境界値問題），積分（台形則，シンプソン則，ロンバーグ積分則），偏微分方程式（拡散方程式，波動方程式，ラプラス方程式）
・計算機での数値計算演習

到達目標

・数値誤差と計算量の概念を理解し，これらの見積りができる．
・連立一次方程式の基本的解法を理解し，これらを使用することができる．
・関数近似や補間の概念を理解し，曲線の推定ができる．
・非線形方程式の基本的解法を理解し，解を求めることができる．
・常微分方程式の数値解法の基本を理解し，初期値問題や境界値問題を解くことができる．
・積分の数値解法の基本を理解し，数値積分ができる．
・代表的な偏微分方程式を数値計算によって解くことができる．

学修に当たっての配慮事項

・実際にプログラムを作成して演習問題を解くことで，基本的な数値計算法を理解し，基本的計算法が身に付くように配慮する．

（２）数値計算法

連立一次方程式（SOR 法，共役勾配法，疎行列技法），常微分方程式（多段法，予測子－修正子法），固有値（相似変換法（ヤコビ法），ベクトル反復法（べき乗法），実対称行列，ハウスホルダー変換と三重対角化，実係数非対称行列，ヘッセンベルグ行列と QR 法，固有ベクトルの算出），積分（ガウス積分則），有限要素法，離散フーリエ変換，モンテカルロ法

到達目標

・種々の連立一次方程式の解法および大規模問題の解法の基礎を理解し，これらを使用することができる．
・常微分方程式の種々の数値解法を理解し，それらを使用して方程式を解くことができる．
・固有値計算の基本的手法を理解し，実際に計算に使用することができる．
・積分の種々の数値解法を理解し，数値積分ができる．
・様々な数値計算法を理解し，それらを使って，問題を解くことができる．

学修に当たっての配慮事項

・実際にプログラムを作成して演習問題を解くことで，各種の数値計算法を理解し，各種の計算手法が身に付くように配慮する．